**2023年湖北省武汉中学自主招生数学模拟试卷**

**一．选择题（共7小题，满分28分，每小题4分）**

1. 某种商品每件的标价是270元，按标价的八折销售时，仍可获利66元，则这种商品每件的进价为（　　）

A 180元 B. 200元 C. 225元 D. 150元

【答案】D

【解析】

【分析】设这种商品每件的进价为*x*元，根据利润售价进价，列出方程，解方程即可．

【详解】解：设这种商品每件的进价为*x*元，

由题意得，

解得：．

故这种商品每件的进价为150元．

故选：D．

【点睛】本题主要考查了一元一次方程的应用，解题的关键是熟练掌握利润售价进价．

2. 下列说法正确的是（ ）

A. 邻边相等的矩形是正方形

B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 矩形的对角线互相垂直且互相平分

D. 顺次连接一四边形各边中点所得到的四边形是菱形，则原四边形一定就是矩形

【答案】A

【解析】

【分析】根据正方形判定、菱形的判定、矩形的性质及中点四边形的概念判断即可．

【详解】解：邻边相等的矩形是正方形，说法正确，故A符合题意；

对角线互相垂直的四边形不一定是菱形，故B不符合题意；

矩形的对角线互相平分，但不垂直，故C不符合题意；

顺次连接一四边形各边中点所得到的四边形是菱形，则原四边形不一定就是矩形，顺次连接对角线互相垂直的四边形各边中点所得到的四边形是矩形，故D不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题考查正方形的判定、菱形的判定、矩形的性质及中点四边形，熟练掌握相关定理是解题的关键．

3. 如图，点*B*，*C*分别是反比例函数与的图象上的点，且轴，过点*C*作的垂线交*y*轴于点*A*，则的面积为（ ）



A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】先设*B*点的横坐标为*a*，根据题中条件将*A*，*B*，*C*各点的坐标用含*a*的式子表示出来，再根据的面积=*AC*×*BC*，求出即可．

【详解】解：令*B*点的横坐标为*a*，

∵点*B*是反比例函数的图象上的点，

∴*a*>0，*B*(*a*，)，

∵*C*是反比例函数的图象上的点，轴，

∴*C*(*a*，)，

∵，

∴*A*(0，)，

∵=*AC*×*BC*

=×*a*×

=×*a*×

=4

故选：B．

【点睛】本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是在平面直角坐标系中求图形的面积可转化为用点的坐标来表示．

4. 汽车在行驶中，由于惯性作用，刹车后还要向前滑行一段距离才能停住，我们称这段距离为“刹车距离”．刹车距离是分析事故的一个重要因素，某车的刹车距离*s*（m）与车速*x*（km/h）之间有下列关系：，在一个限速的弯道上的刹车距离不能超过（　　）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】将代入计算即可求解．

【详解】解：将代入得，



，

即刹车距离不能超过．

故选：B．

【点睛】本题考查二次函数的实际应用，理解题意求时的函数值是解题的关键．

5. 如果关于的方程有正整数解，且关于的不等式组，至少有两个偶数解，则满足条件的整数有（ ）个

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】解分式方程可得，求出*a*为1、3、6，由不等式组至少有两个偶数解可求出*a*的取值范围，则满足条件的整数*a*有两个．

【详解】解：

当时，

解得：

∵方程有正整数解，且即

∴*a*=1、3、6

解不等式组

解得

关于*y*的不等式组至少有两个偶数解

∴

∴

∴满足条件得整数*a*有两个

故选：C．

【点睛】本题主要考查的是一元一次不等式组的整数解，分式方程的解，正确的掌握这两个知识点是解题的关键．

6. 如图，在中，，点在斜边上，以为直径的半圆与相切于点，与相交于点，连接．若，，则的长是（　　）



A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】连接，，首先根据勾股定理求出，然后证明出，利用相似三角形的性质得到，，证明出，利用相似三角形的性质求出．

【详解】如图所示，连接，，



∵，，，

∴，

∵以为直径的半圆与相切于点，

∴，

∵，

∴，

∴，

∴，

∴，

∴，即，

∴，，

∴，

∴，

∵，

∴，

∵，，

∴，

又∵，

∴，

∴，即，

∴解得．

故选：B．

【点睛】此题考查了圆与三角形综合题，切线的性质定理，相似三角形的性质和判定，勾股定理等知识，解题的关键是熟练掌握以上知识点．

7. 在平面直角坐标系中，正方形的位置如图所示，点*A*的坐标为，点*D*的坐标为，延长交*x*轴于点，作正方形，延长交*x*轴于点，作正方形…按这样的规律进行下去，第2019个正方形的面积为（　　）



A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据相似三角形对应边成比例的性质可得到第一个正方形的边长，进而表示出第一个正方形的面积式子，再依此类推得到后续每个正方形的边长，继而表示出其面积即可得到规律，从而得到结论．

【详解】解：∵正方形的点*A*的坐标为，点*D*的坐标为，

∴，由勾股定理得，，

∵，

∴，

又由题意可得，

则，

∴，

∵，

∴，

则第一个正方形的面积为；

同理可得第二个正方形的面积为；

依此类推，

第*n*个正方形的面积为：，

则第2019个正方形的面积为：，

故选：C．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定和性质，规律型点的坐标，关键是根据相似三角形的性质得到第一个正方形的边长，依次类推得到后面每个正方形的边长，从而求出每个正方形关于面积的式子，再寻找规律．

**二．填空题（共4小题，满分16分，每小题4分）**

8. 今年五月上旬我市空气质量指数如下表，省外某单位组织了一次退休职工到我市旅游  天，则他们在我市旅游  天时，空气质量都是优良（空气质量指数不大于  表示空气质量优良）的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 空气质量指数 | 30 | 42 | 36 | 58 | 80 | 95 | 70 | 115 | 56 | 101 |

【答案】

【解析】

【分析】根据题意列举出所有可能性，根据表格中的数据可以得出3天空气质量都是优良可能性，根据概率公式即可求解．

【详解】解：由表格得，所有的可能性是：，共8种等可能性；

其中三天空气质量都是优良的共有5种等可能性，

故空气质量都是优良的概率是．

故答案为：

【点睛】本题考查了列举法求概率，解答本题关键是明确题意，得到所有等可能性和符合条件的等可能性，求出相应概率．

9. 已知方程的两根分别是和，那么的值为\_\_\_\_\_．

【答案】8

【解析】

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系可得到答案．

【详解】解：∵方程的两根分别是和，

∴，

故答案为8．

【点睛】本题考查一元二次方程根与系数的关系，解题的关键是熟知一元二次方程根与系数的关系：，．

10. 在菱形中，，，点*P*在菱形内，若，则的度数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】或

【解析】

【分析】如图1，设和相交于点*O*，由题意知，分当*P*在上，当*P*在上，两种情况求解，根据等边三角形的判定与性质，菱形的性质进行求解即可．

【详解】解：如图1，设和相交于点*O*．



当*P*在上时，

∵，

∴是等边三角形，

∴，，，

∴ ，

∴，

∴，

∵四边形是菱形，

∴，

∴，

∴，

当*P*在上时，如图2，



∵四边形是菱形，

∴，

∴是等边三角形，

∴，

∵，

∴，

故答案为：或．

【点睛】本题考查了菱形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，余弦．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用．

11. 甲、乙两人从*A*地出发在直线道路上匀速步行前往相距12600米的*B*地，若甲出发30分钟后，乙再出发，甲出发120分钟后两人第一次相遇，乙到*B*地后立即返回，并保持原来的速度继续行走，途中与甲再次相遇．如图，甲、乙两人离*A*地的距离之和*y*（米）与甲出发的时间*x*（分钟）的函数关系如图所示，那么乙到*B*地后再经过\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_分钟与甲再次相遇．



【答案】

【解析】

【分析】根据图象可求得甲的速度，再根据追及问题可求乙的速度，再根据相遇问题可求乙到*B*地后与甲再次相遇的时间，即可求解．

【详解】解：由图可知，甲的速度为（米/分），

则乙的速度为（米/分），

则乙到*B*地需要的时间为（分），

从乙出发到与甲再次相遇的时间为（分），

乙到*B*地后与甲再次相遇再经过的时间为（分）．

故乙到*B*地后再经过分钟与甲再次相遇．

故答案为：．

【点睛】本题考查从函数图象获取信息，根据图象求出甲、乙的速度是解题的关键．

**三．解答题（共5小题，满分56分）**

12. 某校七（1）班学生为了解某小区家庭周平均用电情况，随机调查了该小区部分家庭，并将调查数据进行如下整理，请解答以下问题：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 级别 | *A* | *B* | *C* | *D* | *E* | *F* |
| 周平均用电量*x*（度） | 0＜*x*≤5 | 5＜*x*≤10 | 10＜*x*≤15 | 15＜*x*≤20 | 20＜*x*≤25 | 25＜*x*≤30 |
| 频数（户） | 6 | 12 | *m* | 10 | 4 | 2 |



（1）本次调查采用的方式是　 　（填“全面调查”或“抽样调查”）；

（2）若将周平均用电量的频数绘成扇形统计图，周平均用电量“15＜*x*≤20”组对应的圆心角度数是72°，则本次调查的样本容量是　 　，补全频数分布直方图；

（3）该小区有1000户家庭，求该小区周平均用电量不超过15度的家庭大约有多少户？

【答案】（1）抽样调查

（2）50，补图见解答

（3）680

【解析】

【分析】（1）由“随机调查了该小区部分家庭”可得答案；

（2）用*B*级别户数除以其所占比例可得样本容量，用总户数减去其它级别户数求出*C*级别户数*m*的值，再补全统计图即可；

（3）利用样本估计总体思想求解可得．

【小问1详解】

由于是随机调查了该小区部分家庭，所以本次调查采用的方式是抽样调查，

故答案为：抽样调查；

【小问2详解】

本次调查的样本容量是：

（户），

补全频数分布直方图如下：



故答案为：50；

【小问3详解】

该小区周平均用电量不超过15度家庭大约有（户）．

【点睛】本题考查频数（率）分布直方图：提高读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题．也考查了用样本估计总体．

13. 王伟准备用一段长30米的篱笆围成一个三角形形状的小圈，用于饲养家兔．已知第一条边长为a米，由于受地势限制，第二条边长只能是第一条边长的2倍多2米．

（1）请用a表示第三条边长；

（2）问第一条边长可以为7米吗？请说明理由，并求出a的取值范围；

（3）能否使得围成的小圈是直角三角形形状，且各边长均为整数？若能，说明你的围法；若不能，说明理由．

【答案】（1）28－3a．（2）第一条边长不能为7米．a的取值范围是．（3）能围成满足条件的小圈，它们的三边长分别为5米，12米，13米．

【解析】

【分析】（1）第二条边长为2a+2;第三条边长为30－a－（2a+2）;

（2）当a=7时，三边长分别为7，16，7．由于7 +7＜16，所以不能构成三角形，即第一条边长不能为7米．由可解得；

（3）根据勾股定理逆定理可得.

【详解】（1）∵第二条边长为2a+2，∴第三条边长为30－a－（2a+2）=28－3a．

（2）当a=7时，三边长分别为7，16，7．

由于7 +7＜16，所以不能构成三角形，即第一条边长不能为7米．

由可解得．

即a的取值范围是．

（3）在（2）条件下，注意到a为整数，所以a只能取5或6．

当a = 5时，三角形的三边长分别为5，12，13．由52 + 122 = 132 知，恰好能构成直角三角形．

当a = 6时，三角形的三边长分别为6，14，10．由62 + 102 ≠142 知，此时不能构成直角三角形．

综上所述，能围成满足条件的小圈，它们的三边长分别为5米，12米，13米．

【点睛】三角形三边关系；勾股定理逆定理.

14. 如图，在⊙O中，半径OA与弦BD垂直，点C在⊙O上，∠AOB＝80°

(1) 若点C在优弧BD上，求∠ACD的大小

(2) 若点C在劣弧BD上，直接写出∠ACD的大小

 

【答案】（1）∠*ACD*=40°；（2）∠*ACD*=40°或140°．

【解析】

【分析】（1）由*AO*⊥*BD*，根据垂径定理可得，再利用等弧对等角，以及圆周角定理即可求出结果；

（2）如图所示，点*C*有两个位置，分别利用圆周角定理的推论和圆周角定理求出即可.

详解】解：（1）∵*AO*⊥*BD*，

∴，

∴∠*AOB*=2∠*ACD*，

∵∠*AOB*=80°，

∴∠*ACD*=40°；

（2）如图，①当点*C*1在上时，∠*AC*1*D*=∠*ACD*=40°；

②当点*C*2在上时，∵∠*AC*2*D*+∠*ACD*=180°，∴∠*AC*2*D*=140°.

综上所述，∠*ACD*=40°或140°．



【点睛】本题考查了圆周角定理及其推论和垂径定理等知识，熟练掌握上述知识、正确分类是解本题的关键.

15. 如图，在平面直角坐标系中，点*A*、*B*在坐标轴上，且．动点*P*在线段上从点*A*向点*B*以每秒1个单位的速度运动，设动点*P*运动时间为*t*秒．在*x*轴上取两点*M*、*N*，使为等边三角形．



（1）直接写出*A*点的坐标；

（2）如图1，当等边的顶点*M*与原点*O*重合时，求的长；

（3）设等边的边长为*a*（如图2），当时，求的最大值和最小值．

【答案】（1）

（2）*PM*的长是

（3）最大值和最小值分别是16，

【解析】

【分析】（1）根据线段长确定点坐标；

（2）在中，由勾股定理得，可求证，得到，求得；

（3）求证，得，可求得，从而，根据一次函数性质，*y*随*t*的增大而减小，当时，*y*的最大值是；时，*y*的最小值是．

【小问1详解】

解：∵，

∴*A*点的坐标是．

【小问2详解】

在中，，由勾股定理得： ，

∵，

∴，

∵等边三角形，

∴，

∴，

∴，

∵，

∴，

∴，

，

∴，

答：*PM*的长是．

【小问3详解】

∵等边三角形，

∴，

∵，

∴，

∴，

∵，

∴，

∴，

即，

解得：，

∴，

∵，

∴*y*随*t*的增大而减小，

∵，

∴当时，*y*的最大值是：；

当时，*y*的最小值是：；

答：当时，求的最大值和最小值分别是16，．

【点睛】本题考查相似三角形的判定和性质，三角形内角和定理，等边三角形的性质，一次函数的性质；运用相似三角形得到线段间的数量关系是解题的关键．

16. 如图，已知直线y=﹣2x+4分别交x轴、y轴于点A、B，抛物线过A，B两点，抛物线y=﹣2x2+bx+c过A、B两点．

（1）求抛物线的解析式；

（2）如图1，点P是线段AB上一动点，过点P作PC⊥x轴于点C，交抛物线于点D，设其顶点为M，其对称轴交AB于点N．是否存在点P，使四边形MNPD为菱形？并说明理由；

（3）如图2，点E（0，1）在y轴上，连接AE，抛物线上是否存在一点F，使∠FEO与∠EAO互补，若存在，求点F的横坐标；若不存在，请说明理由．

 

【答案】（1）y=﹣2x2+2x+4；（2）不存在点P，使四边形MNPD为菱形；理由见解析；（3）存在，点F的横坐标为或时，∠FEO与∠EAO互补．

【解析】

【分析】（1）求出直线y=﹣2x+4与x轴、y轴交点A、B的坐标，再利用待定系数法求解即可；

（2）利用函数解析式求出抛物线的顶点M的坐标为（，），求出MN的长度，

设P点坐标为（m，﹣2m+4），则D（m，﹣2m2+2m+4），求出PD=﹣2m2+2m+4﹣（﹣2m+4）=﹣2m2+4m，根据平行四边形的性质列PD=MN求出m，得到PN==，由PN≠MN确定不存在满足条件的点P；

（3）过点F作FH⊥y轴于点H，则∠FEO+∠FEH=180°，当∠FEO+∠EAO=180°时，推出∠FEH=∠EAO，证明△AOE∽△∠EFH，得到，再分两种情况：当点F在y轴右侧时，点F在y轴左侧时，分别将线段长度代入比例式求出t即可.

【详解】解：（1）当x=0时，y=4，当y=0时，x=2，

∴点A（2，0），点B（0，4），

把A（2，0），B（0，4）分别代入y=﹣2x2+bx+c中得

，

解之得，

∴抛物线解析式为：y=﹣2x2+2x+4；

（2）不存在．

理由如下：y=﹣2x2+2x+4=（x-）2+，

∴抛物线顶点M（，），

当x=时，y==-3，

∴MN=﹣3=，

设P点坐标为（m，﹣2m+4），则D（m，﹣2m2+2m+4），

∴PD=﹣2m2+2m+4﹣（﹣2m+4）=﹣2m2+4m，

∵PD∥MN，

当PD=MN时，四边形MNPD为平行四边形，即﹣2m2+4m=，

解得m1=（舍去），m2=，此时P点坐标为（，1），

∵PN==，

∴PN≠MN，

∴平行四边形MNPD不为菱形，

∴不存在点P，使四边形MNPD为菱形；

（3）存在.

如图，过点F作FH⊥y轴于点H，则∠FEO+∠FEH=180°，

当∠FEO+∠EAO=180°时，∠FEH=∠EAO，

∵∠FHE=∠AOE=90°，

∴△AOE∽△∠EFH，

∴，

设点F（t，﹣2t2+2t+4)，则HE=﹣2t2+2t+4﹣1=﹣2t2+2t+3，

当点F在y轴右侧时，HF=t，

∴，

解之得：t=，

∵点F在y轴右侧，

∴t=，

当点F在y轴左侧时，BF=-t，

∴，

解之得：t=，

∵点F在y轴左侧

∴t=．

综上所述：当点F的横坐标为或时，∠FEO与∠EAO互补.

 

【点睛】此题考查一次函数与坐标轴的交点，待定系数法求抛物线的解析式，相似三角形的判定及性质，勾股定理，菱形的判定及性质定理，（3）中注意运用分类讨论的解题思想考虑问题，避免出现漏解的情况.